

06-1 <標準～東北大文系> (数ⅡBまで) ～解答時間25分～

xy 平面上に3点 $O(0, 0)$, $A(\frac{1}{2}, 0)$, $P(t, t^2 - 2t^3)$ がある。ただし $0 < t < \frac{1}{2}$ とする。 $\triangle OPA$ の重心を G とする。以下の問いに答えよ。

- (1) G の座標を求めよ。
- (2) $\overrightarrow{GP} \perp \overrightarrow{OA}$ であるときの t の値を求めよ。
- (3) 4次関数

$$f(x) = -\frac{1}{2} + x^3(1-2x) \quad (0 < x < \frac{1}{2})$$

を考える。 $f(x) < 0$ であることを示せ。

- (4) $0 < t < \frac{1}{2}$ において、 $\angle OPA$ が鈍角であることを示せ。

[岐阜大]

06-2 <標準～医学部・東北大理系> (数ⅡBまで) ～解答時間25分～

自然数 k に対して、分母が $2k+1$ 、分子が k 以下の自然数の平方からなる分数を考える。このような分数を、分母の小さい順に、分母が同じ場合には分子の大きい順に並べてできる数列を作り、下のように群に分ける。

$$\frac{1}{3} \quad \left| \quad \frac{4}{5}, \frac{1}{5} \quad \right| \quad \frac{9}{7}, \frac{4}{7}, \frac{1}{7} \quad \left| \quad \frac{16}{9}, \frac{9}{9}, \frac{4}{9}, \frac{1}{9} \quad \right| \quad \frac{25}{11}, \frac{16}{11}, \frac{9}{11}, \frac{4}{11}, \frac{1}{11} \quad \left| \quad \frac{36}{13}, \dots \right.$$

このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 第 n 群の最初の項を n を用いて表せ。
- (2) $\frac{36}{23}$ が第何項になるかを求めよ。
- (3) 第 n 群の総和を S_n とする。このとき、 $\sum_{k=1}^n S_k$ の値 S を n を用いて表せ。
- (4) 初項から第376項までの和を求めよ。

[静岡大]

06-3 <標準～医学部・東北大理系> (数学Ⅲ) ～解答時間25分～

xy 平面において、 x, y がともに整数であるとき、点 (x, y) を格子点とよぶ。 m を正の整数とすると、放物線 $y = x^2 - 2mx + m^2$ と x 軸および y 軸によって囲まれた図形を D とする。

- (1) D の周上の格子点の数 L_m を m で表せ。
- (2) D の周上および内部の格子点の数 T_m を m で表せ。
- (3) D の面積を S_m とする。 $\lim_{m \rightarrow \infty} \frac{T_m}{S_m}$ を求めよ。

[東北大]