

04-1 <標準～東北大文系> (数ⅡBまで) ～解答時間25分～

n を自然数、 θ を実数とするとき、次の問いに答えよ。

- (1) $\cos(n+2)\theta - 2\cos\theta\cos(n+1)\theta + \cos n\theta = 0$ を示せ。
- (2) $\cos\theta = x$ とおくと、 $\cos 5\theta$ を x の式で表せ。
- (3) $\cos^2 \frac{\pi}{10}$ の値を求めよ。

[信州大]

04-2 <標準～医学部・東北大理系> (数ⅡBまで) ～解答時間25分～

座標平面上において、2点 $A(1, 2)$, $B(-1, 3)$ を直径の両端とする円を K とし、 K 上に点 $P(a, b)$ をとる。また、 P における K の接線を l とし、 l 上に点 Q をとる。

- (1) K の中心 C の座標、および K の方程式を求めよ。
- (2) \overline{CP} と \overline{CQ} の内積は、 P と Q のそれぞれ K 上と l 上でのとり方によらずに定数となることを示し、この定数を求めよ。
- (3) l と直線 AB が交点をもつとき、 Q をその交点にとる。 \overline{CQ} を a, b を用いて表せ。
- (4) (3)において、点 Q の x 座標が正であり、かつ \overline{CP} と \overline{CQ} のなす角が $\frac{\pi}{3}$ であるとき、点 P と点 Q の座標を求めよ。

[東京海洋大]

04-3 <標準～医学部・東北大理系> (数学Ⅲ) ～解答時間25分～

数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ を

$$a_n = \sum_{j=1}^{2n} \frac{(-1)^{j-1}}{j} = \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \cdots + \frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n}$$

$$b_n = \sum_{j=1}^n \frac{1}{n+j}$$

により定める。次の問いに答えよ。

- (1) b_1, b_2, b_3 を求めよ。
- (2) $a_n = b_n$ ($n=1, 2, 3, \dots$) を示せ。
- (3) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ を求めよ。

[埼玉大]