

03-1 <標準～東北大文系> (数ⅡBまで) ～解答時間25分～

次の等式を満たす実数 a をすべて求めよ。

$$\int_0^1 |x^2 - ax| dx = \frac{1}{3}$$

[東北大]

03-2 <標準～医学部・東北大理系> (数ⅡBまで) ～解答時間25分～

関数 $f(x)$ を $f(x) = \begin{cases} \log_2 x & (x > 0 \text{ のとき}) \\ 2^x - 2^{-1} & (x \leq 0 \text{ のとき}) \end{cases}$ とおく。

また数列 $\{a_n\}$ を $a_1 = a$, $a_{n+1} = f(a_n)$ と定める。

(1) $a = 16$ のとき、 a_7 を求めよ。

(2) $a \leq -1$ のとき、 $-\frac{5}{2} < a_4 \leq -1$ であることを証明せよ。

[埼玉大]

03-3 <標準～医学部・東北大理系> (数学Ⅲ) ～解答時間25分～

(1) xy 平面上の楕円 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ で囲まれた領域を x 軸の周りに1回転させてできる立体の体積を V とする。ただし、 $a > 0$, $b > 0$ とする。以下の設問に答えよ。

(i) V の値を求めよ。

(ii) $a + b = 1$ を満たしているとき、 V の最大値を求めよ。また、このときの a の値を求めよ。

(2) xy 平面上の楕円

$C_1: \frac{x^2}{3} + y^2 = 1$ で囲まれた領域を D_1 とし、

$C_2: x^2 + \frac{y^2}{3} = 1$ で囲まれた領域を D_2 とする。以下の設問に答えよ。

(i) C_1 と C_2 の交点のうち、第1象限にある交点 P の座標を求めよ。

(ii) 領域 $D_1 \cap D_2$ の面積を求めよ。

[豊橋技科大]