

02-1 <標準～東北大文系> (数ⅡBまで) ～解答時間25分～

1 辺の長さが 1 の正四面体 $OABC$ において、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とおく。辺 OB を $2:1$ に内分する点を P とし、線分 CP を $t:1-t$ に内分する点を Q とする ($0 < t < 1$)。次の問いに答えよ。

- (1) \overrightarrow{OQ} を t, \vec{b}, \vec{c} を用いて表せ。
- (2) ベクトルの大きさ $|\overrightarrow{OQ}|$ と内積 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OQ}$ を t を用いて表せ。
- (3) 三角形 OAQ の面積を $S(t)$ とする。 $S(t)$ を求めよ。
- (4) 面積 $S(t)$ を最小にする t の値とそのときの面積を求めよ。

[埼玉大]

02-2 <標準～医学部・東大理系> (数ⅡBまで) ～解答時間25分～

数列 $\{a_n\}$ に対して、数列 $\{b_n\}$ を

$$b_n = \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n} \quad (n = 1, 2, \dots)$$

で定める。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) $\{a_n\}$ が等差数列ならば、 $\{b_n\}$ も等差数列であることを証明せよ。
- (2) $\{b_n\}$ は公差 d の等差数列とする。
 - (i) a_n を b_1, d, n を用いて表せ。
 - (ii) $\{a_n\}$ も等差数列であることを証明せよ。
- (3) $\{b_n\}$ が等差数列で

$$\sum_{k=1}^5 b_{2k-1} = 65, \quad \sum_{k=1}^5 b_{2k} = 75$$

のとき、 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

[大阪教育大]

02-3 <標準～医学部・東大理系> (数学Ⅲ) ～解答時間25分～

原点を中心とする半径 2 の円 C_1 と極方程式 $r^2 \cos 2\theta = 1$ ($-\frac{\pi}{4} < \theta < \frac{\pi}{4}$) の表す曲線 C_2 について、次の問いに答えよ。

- (1) C_2 を直角座標に関する方程式で表せ。
- (2) C_1 と C_2 で囲まれた原点を含まない図形を $y = -x$ のまわりに 1 回転してできる立体の体積を求めよ。

[群馬大]